

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM ESPESSADOR DORR-OLIVER

J. J. R. Damasceno ¹, H. M. Henrique ¹ e G. Massarani ²

É apresentado um modelo matemático, baseado na *Teoria das Misturas da Mecânica do Contínuo*, para descrever a operação não estacionária de espessadores do tipo Dorr-Oliver. As equações da continuidade e do movimento para os componentes líquido e sólido e mais as equações constitutivas para a tensão nos sólidos e para a força resistiva sólido-líquido levam a um sistema de equações diferenciais parciais cuja resolução permite avaliar os diferentes procedimentos de partida do espessador e seu comportamento face às variações de concentração e de vazão de alimentação e de descarga de sólidos.

STUDY OF DYNAMIC BEHAVIOR OF DORR-OLIVER THICKENER

Based on the *Theory of Mixtures from Continuum Mechanics* a mathematical model is presented to describe the unsteady state operation of Dorr-Oliver thickeners. The continuity and movement equations for the liquid and solid components and the constitutive equations for the stress in solids and the solid-liquid resistive force lead to a system of partial differential equations. The solution of this system allows the evaluation of different procedures for the startup of the thickener as well as the prediction of its behavior with respect to changes either in the feed flow and feed concentration or in the outflow of solids.

¹DEQ/U.F.Uberlândia.

²PEQ/COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68.502, CEP 21.945, Rio de Janeiro, RJ.

INTRODUÇÃO

O projeto de sedimentadores contínuos é efetuado, ainda hoje, através de procedimentos que derivam do modelo proposto por Kynch (1). Tais metodologias se baseiam em resultados de ensaios de sedimentação em batelada e admitem que a velocidade de sedimentação dos sólidos é função apenas da concentração local destes. O cálculo da altura da região de compactação (altura do sedimento) é feito por meio de equações semi-empíricas, quando não é simplesmente relegado.

Recentemente, Damasceno e Massarani (2) demonstraram que os procedimentos de projeto de sedimentadores contínuos baseados em ensaios de sedimentação em batelada só apresentam resultados satisfatórios para operações com baixas concentrações de lama, o que ocorre no caso de clarificadores. No caso da operação de espessadores, onde as concentrações são altas, a velocidade de sedimentação dos sólidos não é função apenas de sua concentração local, conforme sugerido por Kynch, e a concentração da lama é função da vazão de alimentação dos sólidos e da altura da região de compactação (3).

O estudo da operação não estacionária de espessadores pode fornecer informações valiosas para a idealização de ciclos operacionais otimizados e de estratégias de controle eficientes.

UM MODELO MATEMÁTICO

A operação não estacionária de espessadores contínuos do tipo Dorr- Oliver pode ser estudada com auxílio da *Teoria das Misturas da Mecânica do Contínuo*, considerando-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a operação é isotérmica, unidimensional e prevalece o regime de Darcy;
- os componentes líquido e sólido são incompressíveis;
- o sedimento é isotrópico;
- o tensor tensão nos sólidos é função apenas da concentração local dos sólidos.

Nessas condições, as equações da continuidade e do movimento para os componentes sólido e líquido são, respectivamente,

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_s v_s) = 0 \quad [1]$$

$$\rho_s \epsilon_s \frac{\partial v_s}{\partial t} - \rho_s \epsilon_s v_s \frac{\partial v_s}{\partial z} - \frac{\partial P_s}{\partial z} = \frac{\mu \epsilon_l}{k} v^* + \Delta \rho g \epsilon_s \quad [2]$$

$$\frac{\partial \epsilon_l}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_l v_l) = 0 \quad [3]$$

$$\rho_l \epsilon_l \frac{\partial v_l}{\partial t} - \rho_l \epsilon_l v_l \frac{\partial v_l}{\partial z} - \frac{\partial P_l}{\partial z} = -\frac{\mu \epsilon_l}{k} v^* + \rho_l g \quad [4]$$

onde μ é a viscosidade do líquido, k a permeabilidade local do sedimento, v^* a velocidade relativa líquido-sólido, g a aceleração da gravidade e $\Delta \rho$ a diferença entre as densidades do sólido e do líquido. As variáveis ϵ , v e P representam, respectivamente, as frações volumétricas, as velocidades intersticiais e as tensões no líquido (índice l) e no sólido (índice s). O tempo e a posição vertical medida a partir da base do espessador são, respectivamente, t e z .

Conhecidas as equações constitutivas para P_s , P_l e k é possível estabelecer-se as funções $\epsilon_s(t, z)$, $\epsilon_l(t, z)$, $v_s(t, z)$ e $v_l(t, z)$ com a resolução do sistema de equações diferenciais parciais dado pelas equações [1] a [4], com as condições iniciais e de contorno adequadas. Uma vez que $\epsilon_s + \epsilon_l = 1$, é suficiente se resolver um sistema com três das quatro equações anteriores como, por exemplo, aquele constituído pelas equações [1], [2] e [3].

A adição das equações [1] e [3] leva a:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\epsilon_s v_s + \epsilon_l v_l) = \frac{\partial}{\partial z}(q_s + q_l) = \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad [5]$$

ou

$$q = q(t) ,$$

onde q_s , q_l e q são, respectivamente, as velocidades superficiais do sólido, do líquido e da mistura.

Pode-se demonstrar facilmente que a velocidade relativa líquido-sólido é dada por

$$v^* = \frac{(q - v_s)}{\epsilon_l} \quad [6]$$

Levando-se esse resultado na equação [2] e escrevendo a equação [1] em termos de P_s e v_s , obtém-se o seguinte sistema:

$$\frac{d\epsilon_s}{dP_s} \frac{\partial P_s}{\partial t} - \epsilon_s \frac{\partial v_s}{\partial z} - v_s \frac{d\epsilon_s}{dP_s} \frac{\partial P_s}{\partial z} = 0 \quad [7]$$

$$\rho_s \epsilon_s \frac{\partial v_s}{\partial t} - \rho_s \epsilon_s v_s \frac{\partial v_s}{\partial z} - \frac{\partial P_s}{\partial z} = \frac{\mu}{k} (q - v_s) + \Delta \rho g \epsilon_s \quad [8]$$

Para resolver o sistema constituído pelas equações [7] e [8] são necessárias uma condição inicial e uma condição de contorno para P_s e v_s . As seguintes condições parecem ser bastante adequadas:

$$P_s(t = 0, z) = f(z)$$

$$v_s(t = 0, z) = g(z)$$

$$P_s(t, z = L) = 0$$

$$v_s(t, z = 0) = q(t)$$

com $t \geq 0$ e $0 \leq z \leq L(t)$, onde $L(t)$ é a altura do sedimento. A condição de contorno para v_s é obtida considerando-se que $v_l = v_s$ na base do espessador.

É conveniente efetuar-se uma mudança na variável espacial z . Define-se a coordenada material normalizada, x , como sendo

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_t = \frac{\epsilon_s}{w_L} \quad [9]$$

onde w_L é a chamada altura material do sedimento, dada por:

$$\frac{dw_L}{dt} = (q_{sF} - q_{sU})$$

e q_{sF} e q_{sU} são, respectivamente, as velocidades superficiais do sólido no topo e na base do sedimento.

Reescrevendo-se o sistema de equações [7] e [8] em termos da variável x obtém-se:

$$\frac{d\epsilon_s}{dP_s} \frac{\partial P_s}{\partial t} - \frac{\epsilon_s^2}{w_L} \frac{\partial v_s}{\partial x} - \frac{1}{w_L} \left(q_{sU} + x \frac{dw_L}{dt} \right) \frac{d\epsilon_s}{dP_s} \frac{\partial P_s}{\partial x} = 0 \quad [10]$$

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} - \frac{1}{w_L} \left(q_{sU} + x \frac{dw_L}{dt} \right) \frac{\partial v_s}{\partial x} - \frac{1}{\rho_s w_L} \frac{\partial P_s}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho_s \epsilon_s k} (q - v_s) + \frac{\Delta \rho g}{\rho_s} \quad [11]$$

$$\frac{dw_L}{dt} = (q_{sF} - q_{sU}) \quad [12]$$

cujas condições iniciais são

$$\begin{aligned} P_s(t=0, x) &= F(x) \\ v_s(t=0, x) &= G(x) \\ w_L(t=0) &= w_{L0} \end{aligned}$$

e as condições de contorno são

$$\begin{aligned} P_s(t, x=1) &= 0 \\ v_s(t, x=0) &= q_i \end{aligned}$$

O sistema de equações diferenciais constituído pelas equações [10], [11] e [12] e respectivas condições iniciais e de contorno deve ser resolvida numericamente. Utilizando-se

o método da colocação ortogonal em P_s e v_s em relação à variável x reduz-se o problema a um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem cuja resolução pode ser efetuada por métodos implícitos de integração.

Nas simulações realizadas considerou-se as seguintes relações entre a concentração, a permeabilidade e a tensão nos sólidos (4):

$$\epsilon_s = \epsilon_{s0} \left(1 + \frac{P_s}{P_a}\right)^\beta \quad [13]$$

$$k = k_0 \left(1 + \frac{P_s}{P_a}\right)^{-\delta} \quad [14]$$

onde ϵ_{s0} , P_a , β , k_0 e δ são parâmetros a determinar com auxílio de ensaios de adensamento.

SIMULAÇÃO DA OPERAÇÃO NÃO ESTACIONÁRIA DE ESPESSADORES

A seguir são estudadas, através de simulações computacionais, as alternativas para minimizar os tempos de duração da partida e da mudança entre estados estacionários na operação de espessadores Dorr-Oliver. Foram simuladas operações transientes com suspensões aquosas de carbonato de cálcio. Os parâmetros das equações [13] e [14] foram obtidos a partir de ensaios de adensamento monitorados por técnica de atenuação de raios gama (5); as figuras 1 e 2 apresentam os resultados experimentais obtidos e o melhor ajuste para os parâmetros das equações [13] e [14]. A tabela I apresenta os valores desses parâmetros para as referidas suspensões.

A figura 3 apresenta a relação entre a altura do sedimento requerida para produzir uma dada concentração de lama e o fluxo de sólidos alimentado em um espessador do tipo Dorr-Oliver operando em regime estacionário com suspensões aquosas de carbonato de cálcio. Tais resultados foram obtidos resolvendo a seguinte integral, obtida da equação do movimento para os sólidos sem termos inerciais e considerando que na base do espessador tem-se $v_s = v_f$:

$$L = \int_{P_s, v}^0 \frac{dP_s}{\Delta \rho g \epsilon_s(P_s) - \frac{\mu_{s0}}{k(P_s)} \left(\frac{1}{\epsilon_s(P_s)} - \frac{1}{\epsilon_s(P_s, v)} \right)}, \quad [15]$$

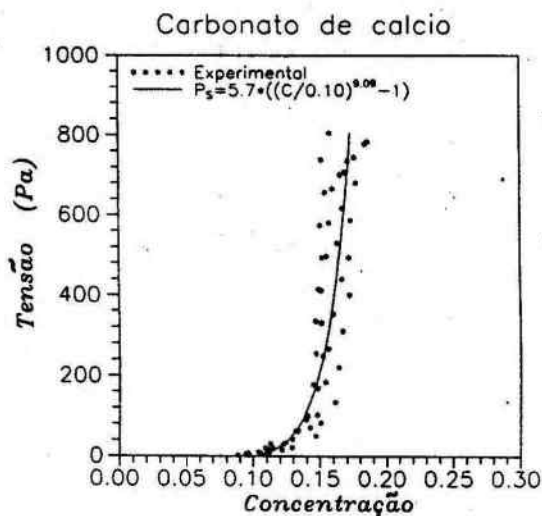


Figura 1: Tensão nos sólidos em função da concentração volumétrica para sedimentos de carbonato de cálcio.

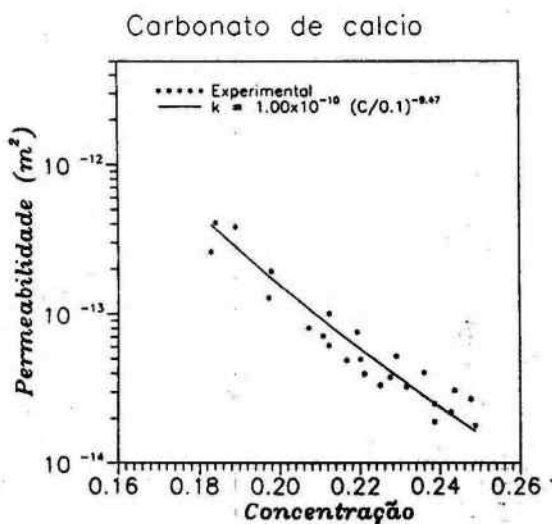


Figura 2: Permeabilidade em função da concentração volumétrica para sedimentos de carbonato de cálcio.

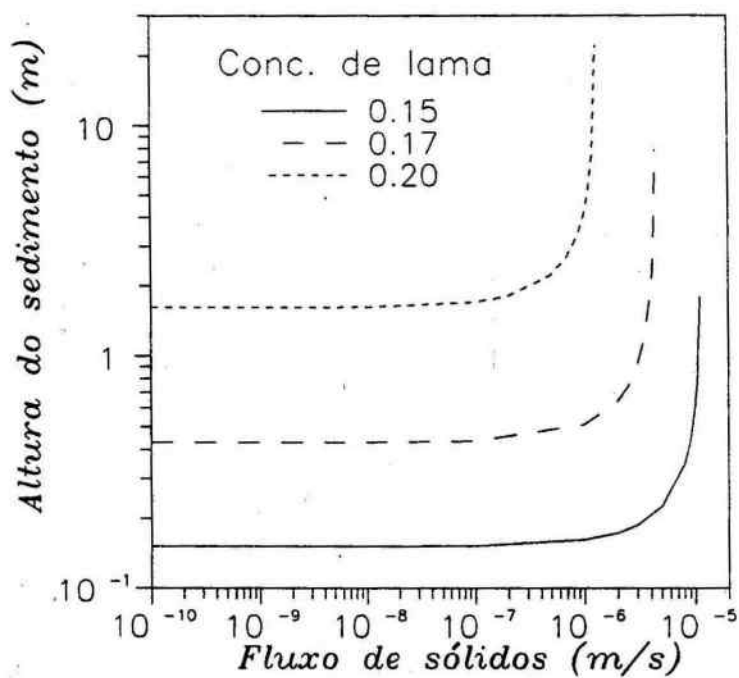


Figura 3: Operação estacionária de espessadores com suspensões de carbonato de cálcio.

Tabela I: Parâmetros das equações constitutivas da tensão nos sólidos e da permeabilidade para suspensões aquosas de carbonato de cálcio.

Parâmetro	Valor
P_a (Pa)	5,70
ϵ_{s0}	0,10
k_0 (m^2)	$1,00 \times 10^{-10}$
β	0,110
δ	1,042

onde P_{sU} é a tensão nos sólidos necessária para se produzir a lama com concentração ϵ_{sU} . A observação da figura 3 permite constatar que, conforme salientado por Tiller e Chen (3), existe um fluxo de sólidos máximo para cada concentração de lama para que se possa operar o espessador em regime estacionário.

Início da operação

No caso do início da operação de um espessador Dorr-Oliver desejou-se estabelecer através de simulações qual o procedimento que o leva à operação estacionária num intervalo de tempo menor. Foram estudadas duas sistemáticas para a partida; em ambas considerou-se o equipamento cheio com a suspensão, porém sem sedimento formado. No primeiro procedimento estudado (sistemática 1) passava-se a alimentar o espessador com um fluxo de sólidos constante e a retirar a lama com uma vazão também constante e igual àquela do estado estacionário que se desejava alcançar. A sistemática 2 diferia da primeira no fato de que o espessador era alimentado com fluxo de sólidos constante mas nenhuma lama era retirada até que a concentração de sólidos na base do espessador atingisse um valor ligeiramente superior ao do estado estacionário, momento em que a bomba de retirada de lama era acionada produzindo uma vazão constante. A tabela II apresenta as condições estudadas no caso da partida do espessador.

As figuras 4 e 5 mostram, respectivamente, a concentração da lama e a altura do sedimento em função do tempo durante a carga do espessador através das duas sistemáticas. Pode-se observar que, mantendo a bomba de lama desligada durante o processo de formação do sedimento, atinge-se o estado estacionário num tempo muito mais curto (cerca de 6 dias). No caso da manutenção da bomba ligada, o tempo do transiente é muito

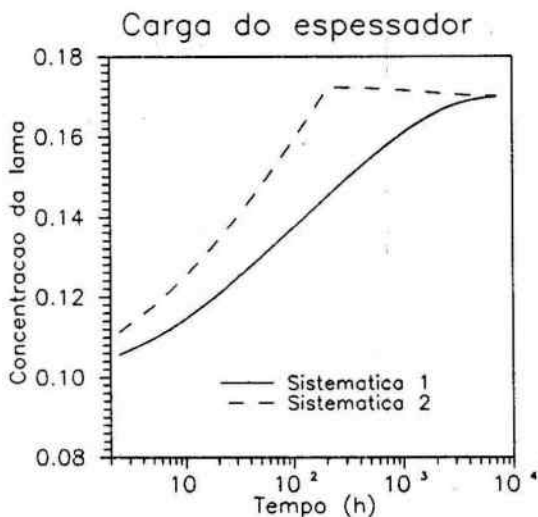


Figura 4: Concentração da lama em função do tempo durante a partida de espessadores operando com suspensões de carbonato de cálcio.

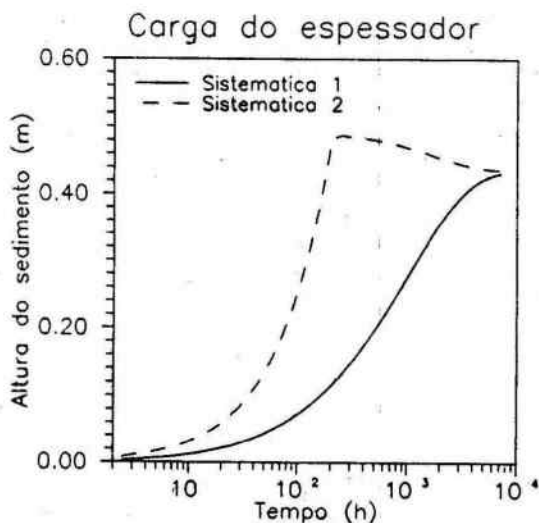


Figura 5: Altura do sedimento em função do tempo durante a partida de espessadores operando com suspensões de carbonato de cálcio.

Tabela II: Simulação do início da operação de espessador Dorr-Oliver operando com suspensões aquosas de carbonato de cálcio.

	Sistemática 1			Sistemática 2		
	$q_s(m/s)$	$q_U(m/s)$	ϵ_{sU}	$q_s(m/s)$	$q_U(m/s)$	ϵ_{sU}
$t < 0$	0	0	0	0	0	0
$0 \leq t < t^*$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,88 \times 10^{-7}$	$< 0,170$	$1,00 \times 10^{-7}$	0	$< 0,171$
$t \geq t^*$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,88 \times 10^{-7}$	$< 0,170$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,88 \times 10^{-7}$	$> 0,170$

maior pois a ação da mesma prejudica a formação do sedimento e, conseqüentemente, retarda a produção da lama com a concentração desejada.

Mudança entre estados estacionários

Foi simulada uma situação em que se desejava aumentar a concentração da lama produzida através da redução da vazão com a qual ela era retirada. Foram estudadas duas situações distintas: na primeira, apenas a vazão de retirada da lama era reduzida e o sistema caminhava lentamente para o novo estado estacionário; na segunda, o bombeamento da lama era interrompido e só reiniciado quando a concentração na base do espessador atingisse um valor ligeiramente superior ao do novo estado estacionário.

A tabela III apresenta as sistemáticas estudadas na simulação de mudança entre estados estacionários. As figuras 6 e 7 apresentam, respectivamente, os diagramas que relacionam a concentração da lama e a altura do sedimento com o tempo durante a mudança entre os estados estacionários considerando as duas sistemáticas apresentadas na tabela III.

Como no caso do início da operação, o desligamento da bomba de lama favorece a uma migração mais rápida do sistema para o novo estado estacionário; entretanto, mesmo utilizando esta sistemática, percebe-se que o processo é ainda muito lento e o espessador

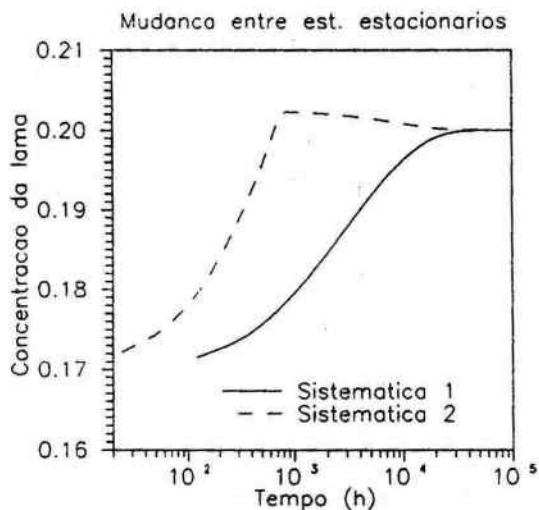


Figura 6: Concentração da lama em função do tempo durante a mudança entre estados estacionários de espessadores operando com suspensões de carbonato de cálcio.

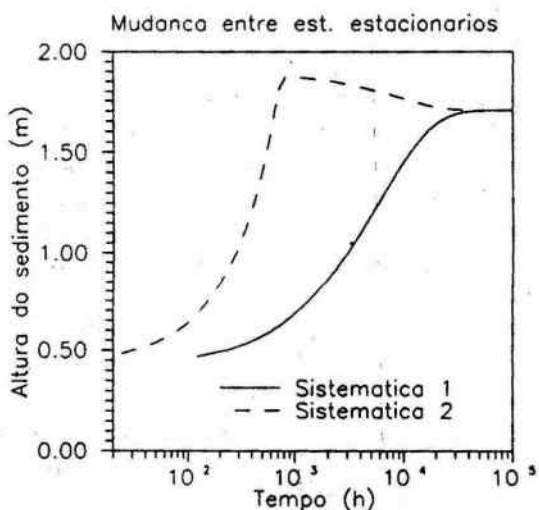


Figura 7: Altura do sedimento em função do tempo durante a mudança entre estados estacionários de espessadores operando com suspensões de carbonato de cálcio.

Tabela III: Simulação da mudança entre estados estacionários em espessador Dorr-Oliver operando com suspensões aquosas de carbonato de cálcio.

	Sistemática 1			Sistemática 2		
	$q_s(m/s)$	$q_U(m/s)$	ϵ_{sU}	$q_s(m/s)$	$q_U(m/s)$	ϵ_{sU}
$t < 0$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,88 \times 10^{-7}$	0,170	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,88 \times 10^{-7}$	0,170
$0 \leq t < t^*$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,00 \times 10^{-7}$	$> 0,170$	$1,00 \times 10^{-7}$	0	$< 0,201$
$t \geq t^*$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,00 \times 10^{-7}$	$< 0,200$	$1,00 \times 10^{-7}$	$5,00 \times 10^{-7}$	$> 0,200$

opera mais de 30 dias em regime transiente.

CONCLUSÕES

As simulações aqui apresentadas indicam que o tempo de resposta de espessadores do tipo Dorr-Oliver à mudanças em suas condições operacionais é muito grande. Fica também claro que, desejando-se minimizar esse tempo, é necessária a adoção de medidas que facilitem a rápida modificação da altura do sedimento, que em última análise define a concentração da lama produzida nas novas condições de alimentação de sólidos e/ou de retirada de lama.

Outro fato que as simulações aqui efetuadas permitem salienta é que, devido ao grande tempo de resposta dos espessadores Dorr-Oliver, é possível operá-los fora de um estado estacionário durante meses sem que alterações substanciais possam ser percebidas. Esta constatação pode ser muito útil na definição de um ciclo operacional não estacionário para esses equipamentos que satisfaça às necessidades individuais de cada indústria.

SIMBOLOGIA

Neste trabalho foi adotada a seguinte simbologia:

g	- aceleração da gravidade	: m/s^2
k	- permeabilidade local do sedimento	: m^2
k_0	- parâmetro da equação [14]	: m^2
L	- altura do sedimento	: m
P_a	- parâmetro das eq. [13] e [14]	: Pa
P_l	- tensão no líquido	: Pa
P_s	- tensão no sólido	: Pa
q	- fluxo volumétrico total	: m/s
q_U	- fluxo volumétrico total de lama	: m/s
q_l	- fluxo volumétrico de líquido	: m/s
q_s	- fluxo volumétrico de sólidos	: m/s
t	- tempo	: s
v_l	- velocidade intersticial do líquido	: m/s
v_s	- velocidade intersticial do sólido	: m/s
v^*	- velocidade relativa sólido-líquido	: m/s
x	- coordenada material normalizada	: —
z	- altura a partir da base do espessador	: m
β	- parâmetro da equação [13]	: —
δ	- parâmetro da equação [14]	: —
ϵ_l	- fração volum. do líquido	: —
ϵ_s	- fração volum. do sólido	: —
ϵ_{s0}	- parâmetro da equação [13]	: —
μ	- viscosidade do líquido	: $kg/(m.s)$
ρ_l	- densidade do líquido	: kg/m^3
ρ_s	- densidade do sólido	: kg/m^3
w_L	- altura material	: m

REFERÊNCIAS

1. KYNCH, G. J. , "A Theory of Sedimentation". *Trans. Faraday Soc.*, v. 48, pp. 166-176, 1952.
2. DAMASCENO, J. J. R. e MASSARANI, G. , "Uma Análise do Método de Kynch para o Projeto de Sedimentadores". *Anais XVIII Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos*, Nova Friburgo - RJ, v. II pp. 451-463 , 1990.
3. TILLER, F. M. e CHEN, W. , "Limiting Operating Conditions for Continuous Thickeners". *Chem. Engng. Sci.*, v. 43(7), pp. 1695-1704, 1988.

4. TILLER, F. M. e LEU W. , "Basic Data Fitting in Filtration". *Journal Chin. Inst. Chem. Engrs*, v. 11, pp. 61-70, 1980.
5. DAMASCENO, J. J. R., SOUZA, R. e MASSARANI, G. , "Determinação de Parâmetros Constitutivos para o Espessamento Utilizando a Técnica de Atenuação de Raios Gama". XIX Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, Campinas - SP, 1991.