

## VARIOGRAMA DE FLUXOS CONTÍNUOS DE MATERIAIS PARTICULADOS: UMA FERRAMENTA PARA DIMENSIONAR A TOMADA DE INCREMENTOS AMOSTRAIS

A Grigorieff<sup>1</sup>, J F Costa<sup>2</sup>, J Koppe<sup>2</sup>

1- Copelmi Mineração Ltda. BR 290, km 178, CEP 96750-000 - Butiá RS

E-mail: alex@copelmi.com.br

2 - Departamento de Engenharia de Minas – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Av. Bento Gonçalves 9500

Prédio 75 Sala 104, CEP 91509-970 - Porto Alegre - RS

E-mail: jfelipe@ufrgs.br

E-mail: jkoppe@ufrgs.br

### RESUMO

O erro fundamental de amostragem ocorre quando uma amostra é extraída a partir de uma massa maior de minério ou lote. O ato de amostrar requer com que todas as partículas pertencentes ao lote tenham a mesma chance em pertencer à amostra. Neste caso, a amostra é denominada de amostra estatisticamente correta ou sem viés. O amostrador ao ser construído deve respeitar certos padrões e características dimensionais para garantir a inexistência de viés. O amostradores extraíndo incrementos de fluxos contínuos, tais como transportadores de correia, coletam alíquotas em intervalos regulares de tempo. Este intervalo relaciona-se com o número de incrementos de uma dada massa de lote que passa através do fluxo. A frequência de extração dos incrementos influenciará a precisão da amostragem ou o erro da amostra (erro de integração). A variabilidade do minério influencia a quantidade de incrementos que deve ser retirada de um fluxo contínuo. Normalmente o protocolo de amostragem é dimensionado para as etapas posteriores à retirada do material do transportador de correia, omitindo o erro que é cometido durante a operação, isto é, a extração a partir de um fluxo contínuo. Este estudo analisa o erro de amostragem de fluxos contínuos utilizando o variograma como ferramenta. Cada material passando através de um fluxo exibirá um variograma temporal distinto que influenciará a frequência com que deveriam ser tomadas as amostras para um dado erro de amostragem. A metodologia é apresentada através do estudo de casos de uma planta de beneficiamento de carvão.

**PALAVRAS-CHAVE:** Variogramas, amostragem, fluxos contínuos.

## 1. INTRODUÇÃO

A amostragem envolve basicamente a extração de uma porção de massa de um lote de maior massa. Os métodos de amostragem deveriam garantir a obtenção de amostras representativas, isto é, qualquer parte do lote deveria possuir a mesma probabilidade de ser extraído. Os amostradores deveriam ser dimensionados e construídos levando em consideração o princípio básico da teoria da amostragem que diz que: toda e qualquer partícula do lote deve possuir a mesma chance de ser coletada durante o processo de amostragem. Desta forma seriam evitados os erros de extração e delimitação, e por conseguinte, seria evitada a ocorrência de amostras com viés.

Amostradores extraíndo incrementos de fluxos contínuos, tais como: transportadores de correia, coletam alíquotas em intervalos regulares de tempo. Mesmo sabendo que um lote de minério manuseado por um transportador de correia é um objeto de três dimensões, ele pode ser considerado como um objeto unidimensional, dado que o seu comprimento é muito maior que as outras duas dimensões. Assim, a variabilidade de um dado parâmetro pode ser tratada através de um modelo unidimensional, conforme Gy (1998, Capítulo 11).

A amostragem de materiais particulados mais confiável é realizada através de amostradores mecânicos automáticos de linha reta posicionados na descarga de transportadores de correia. Estes amostradores coletam incrementos que são agrupados durante o período de formação da amostra, para posteriormente serem encaminhados para as etapas de preparação da amostra e análise. A variabilidade existente entre as partículas componentes do lote, gera incrementos com diferentes teores. Como consequência, o teor da amostra gerada difere do teor real do lote, causando o erro de integração.

O erro de integração é definido como sendo a diferença entre o teor real do lote e o teor da amostra coletada ao longo do intervalo de tempo  $T$  em que o lote de material foi manuseado.

A magnitude deste erro depende da heterogeneidade do lote de minério que está sendo avaliado. Gy (1998) apresentou uma formulação matemática baseada na função variograma para quantificar o erro de integração. Este trabalho analisará o erro de integração de vários carvões brasileiros e avaliará a eficiência do protocolo de amostragem como resultado das características destes materiais e de sua variabilidade associada

## 2. ERRO DE INTEGRAÇÃO

Considerando um lote de minério manuseado através de um transportador de correia e amostrado através de um amostrador automático posicionado na descarga da correia. Os vários incrementos coletados pelo amostrador apresentarão teores de qualidade distintos. Estes teores mostrarão uma variabilidade, cuja magnitude dependerá da variabilidade existente entre as partículas do material e da segregação das partículas formadoras do lote, entre outros fatores.

Esta variabilidade produz um erro unidimensional de grande escala de observação denominado de erro de integração (EI). Os incrementos, após serem coletados do fluxo de material e misturados formando a amostra, passam a ter um comportamento zero-dimensional e passam a ser afetados pelos erros fundamental e de segregação e grupamento. As variâncias destes erros podem ser adicionadas à variância do erro de integração produzindo a variância do erro total.

Supondo que  $(t)$  expressa os teores das partículas trafegando sobre o transportador de correia em função do tempo. A expressão matemática de  $(t)$  pode ser estimada através da coleta e análise dos incrementos, seguindo os procedimentos propostos por Gy (1998).

O primeiro passo é a determinação do teor de cada incremento. Em seguida, a função variograma é calculada. A função variograma  $v$  é definida como (Matheron, 1963):

$$v(j) = \frac{1}{2(n-j)} \sum_n (t_i - t_{i+j})^2 \quad (1)$$

onde:

$j$  é o intervalo de tempo que separa dois incrementos,

$t_i$  e  $t_{i+j}$  são o par de incrementos separados por  $j$ ,

$n-j$  é o número de pares de incrementos separados por  $j$ .

Esta função caracteriza a heterogeneidade unidimensional do material, durante o tempo de processamento do lote.

Os valores obtidos pela equação 1 são utilizados pelas funções auxiliares do variograma e pela função de geração de erro  $W(j)$ . Estas funções auxiliares são:

- integral simples  $S(j)$  do variograma;
- valor médio  $w(j)$  da integral simples  $S(j)$ ;
- integral dupla  $S'(j)$  do variograma;
- valor médio  $w'(j)$  da integral dupla  $S'(j)$ .

A metodologia empregada para a definir as funções auxiliares do variograma assume que o variograma conecta-se linearmente com todos os pontos experimentais  $v(j)$  (via interpolação) e a estimativa  $v(0)$ , conhecida como efeito-pepita (via extrapolação). O valor  $v(0)$  é estimado através de algum dos métodos definidos por Gy (1998). A seguir são calculadas as funções auxiliares. Os seguintes valores iniciais são atribuídos:

$$w'(0) = w(0) = v(0),$$

$$S'(0) = S(0) = 0$$

Para os valores de  $j \geq 1$ , emprega-se:

$$S(j) = S(j-1) + \frac{1}{2} v(j-1) + \frac{1}{2} v(j) \quad (2)$$

$$w(j) = S(j)/j \quad (3)$$

$$S'(j) = S'(j-1) + \frac{1}{2} S(j-1) + \frac{1}{2} S(j) \quad (4)$$

$$w'(j) = 2S'(j)/j^2 \quad (5)$$

Para o cálculo da função de geração de erro  $W(j)$ , é necessário calcular os valores de  $2w(j/2)$ . Se  $j_0$  é um valor inteiro, então:

$j$  é par:  $j = 2j_0$ , portanto:

$$2w(j/2) = 2w(j_0); \quad (6)$$

$j$  é ímpar:  $j = (2j_0) + 1$ , assim:

$$S(j_{0+1/2}) = S(j_0) + \frac{1}{4} v(j_0) + \frac{1}{4} v(j_{0+1/2}) \quad (7)$$

$$2w(j/2) = 2S(j_{0+1/2})/(j_{0+1/2}) \quad (8)$$

Os valores de  $v(j_{0+1/2})$  e  $S(j_{0+1/2})$  são calculados por interpolação linear. A seguir, os valores das funções de geração de erro  $W(j)$  são determinados. Para a amostragem sistemática, a função de geração de erro é:

$$W_{st}(j) = 2w(j/2) - w'(j) \quad (9)$$

Finalmente, o valor da função de geração de erro  $W(j)$ , calculado para cada intervalo do variograma, é dividido pelo número de incrementos empregados resultando no valor da variância do erro de integração,  $s^2(EI)$ .

### 3. VARIÂNCIA DO ERRO DE INTEGRAÇÃO DE CARVÕES BRASILEIROS

Foram realizados experimentos empregando carvões oriundos da região do Baixo Jacuí, Rio Grande do Sul, Brasil. O carvão foi amostrado através de amostradores mecânicos automáticos de linha reta empregando a forma de seleção sistemática. Foram definidos vários intervalos de tempo de tomada de incrementos. Isto foi feito para propiciar a verificação do grau de variância do erro de integração. Os intervalos de tempo escolhidos variaram de um até quatro minutos. A Tabela 1 apresenta os resultados de teor de cinzas de cada incremento coletado a cada cinco do lote 2 (carvão ROM).

Os intervalos de tempo e o número de incrementos empregados para os lotes analisados foram:

- lote 2: intervalos de um minuto e 53 incrementos;
- lote 4: intervalos de quatro minutos e 50 incrementos.

Tabela 1. Resultados do teor de cinzas por incremento coletado do lote 2.

Incremento	Teor Cinzas (%)	Incremento	Teor Cinzas (%)	Incremento	Teor Cinzas (%)	Incremento	Teor Cinzas (%)	Incremento	Teor Cinzas (%)	Incremento	Teor Cinzas (%)
1	49.21	11	53.44	21	53.79	31	53.73	41	49.56	51	52.42
2	50.25	12	52.84	22	53.18	32	52.71	42	53.26	52	52.21
3	51.31	13	51.73	23	51.81	33	51.99	43	49.76	53	50.87
4	51.42	14	50.27	24	52.5	34	47.59	44	53.42		
5	51.23	15	51.09	25	52.75	35	52.02	45	48.43		
6	47.05	16	51.46	26	53.58	36	51.43	46	49.37		
7	50.44	17	53.47	27	50.89	37	50.15	47	51.45		
8	51.32	18	54.44	28	47.38	38	49.54	48	52.63	Teor médio	51.45
9	53.26	19	52.73	29	48.72	39	49.42	49	50.83	Desv. Pad.	1.78
10	52.26	20	53.4	30	53.15	40	52.65	50	51.28	Variância	3.15

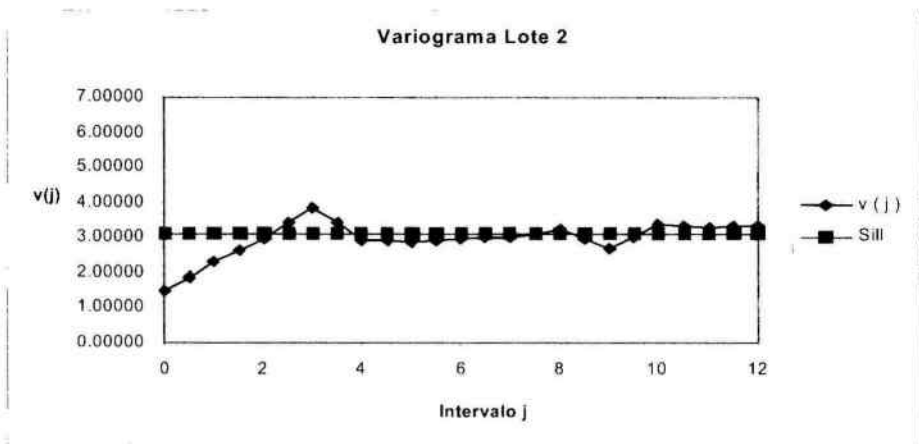
A Figura 1 mostra os resultados do teor de cinzas de todos os incrementos coletados para os dois tipos de carvões estudados. Todos os incrementos foram pesados e analisados para determinação do teor de cinzas (por cento). Os valores obtidos foram usados no cálculo de variogramas, de acordo com a Equação 1. A Figura 2 apresenta os resultados dos variogramas experimentais obtidos para os primeiros 12 intervalos. O efeito pepita (Isaaks e Srivastava, 1989),  $\gamma(0)$ , é obtido a partir da extrapolação linear dos valores dos intervalos iniciais.

Os resultados dos variogramas experimentais são empregados para o cálculo das funções auxiliares (Equações 2 a 5) e para o cálculo das funções de geração de erro (Equações 6 a 9). As etapas envolvidas e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 2 para o Lote 2 em vários intervalos de tempo de extração dos incrementos.

A variância do erro de integração (EI) foi calculada para vários intervalos de tempo de coleta de incrementos. A Tabela 3 ilustra os resultados da variância do erro de integração para o lote 2 e a sua respectiva precisão para um intervalo de confiança limite de 95%. A Tabela 4 apresenta os valores do EI calculados para diferentes intervalos de tempo para o lote 4.



Figura 1. Teores de cinzas de todos os incrementos coletados a partir de dois carvões diferentes



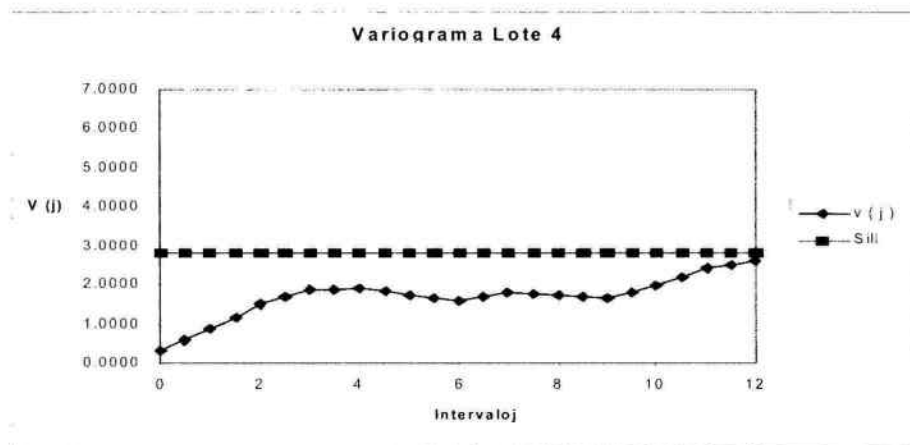


Figura 2. Variogramas dos dois lotes amostrados.

Tabela 2. Etapas de determinação das funções de geração de erro para o Lote 2.

$i$	$v(j)$	$S(j)$	$w(j)$	$S'(j)$	$w'(j)$	$2w(j/2)$	$W_{sy}(j)$
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.00000	0.00000	
0.5	0.3998	0.1999	0.3998				
1	0.7996	0.3998	0.3998	0.1999	0.39981	0.79962	0.39981
1.5	1.1397	0.9697	0.6464				
2	1.4798	1.5395	0.7698	1.1696	0.58478	0.79962	0.21484
2.5	1.9210	2.5000	1.0000				
3	2.3621	3.4605	1.1535	3.6696	0.81546	1.29288	0.47743
3.5	1.9109	4.4159	1.2617				
4	1.4597	5.3714	1.3428	8.0855	1.010686	1.53951	0.52883
4.5	1.4223	6.0825	1.3517				
5	1.3848	6.7936	1.3587	14.1680	1.133440	1.99999	0.86655
5.5	1.4292	7.5082	1.3651				
6	1.4735	8.2228	1.3705	21.6762	1.204234	2.30698	1.10275
6.5	1.5179	8.9817	1.3818				
7	1.5622	9.7407	1.3915	30.6580	1.251346	2.523	1.27204
7.5	1.6602	10.5708	1.4094				
8	1.7583	11.4009	1.4251	41.2288	1.288399	2.686	1.39729
8.5	1.4709	12.1364	1.4278				
9	1.1835	12.8718	1.4302	53.3652	1.317659	2.703	1.38568

Nota: o efeito pepita foi subtraído de  $v(j)$ .

Tabela 3. Etapas do cálculo da variância do Erro de Integração para o Lote 2.

Intervalo	t (minutos)	N <sup>o</sup> incrementos	s <sup>2</sup> (EI) <sub>sy</sub>	s(EI) <sub>sy</sub>	S <sub>95%</sub> conf.
Indeterminado					
1	5	53	1.509E-02	0.12283	0.25
2	10	27	3.017E-02	0.17371	0.35
3	15	18	7.318E-02	0.27052	0.54
4	20	13	1.162E-01	0.34087	0.68
5	25	11	1.887E-01	0.43437	0.87
6	30	9	2.612E-01	0.51105	1.02
7	35	8	3.333E-01	0.57730	1.15
8	40	7	4.054E-01	0.63670	1.27

Tabela 4. Variâncias do EI para o Lote 4.

Período	Lote 4	
	t (min)	s <sup>2</sup> (IE) <sub>sy</sub>
Indeterminado		
1	4	1.064E-02
2	8	2.129E-02
3	12	5.518E-02
4	16	8.907E-02
5	20	1.430E-01
6	24	1.970E-01
7	28	2.590E-01
8	32	3.209E-01

A Tabela 5 mostra os resultados da variância do EI calculados para o intervalo  $j-1$  nos dois lotes estudados.

Tabela 5. Variância relativa do EI para o intervalo  $j = 1$ .

Lote	Teor de Cinzas Médio (%)	s <sup>2</sup> EI Relativo
2	51.45	5.70 x 10 <sup>-6</sup>
4	27.80	1.38 x 10 <sup>-5</sup>

## 4. DISCUSSÃO

Os lotes estudados foram formados por carvão ROM (lote 2) e carvão beneficiado (lote 4). O teor de cinzas médio estes lotes variou de 27% a 51%.

Todos os lotes testados demonstraram um aumento da variância do erro de integração com:

1. a redução do número de incrementos extraídos para formar a amostra;
2. o aumento do intervalo de tempo utilizado para extrair os incrementos.

A precisão da amostragem diminui com a redução do número de incrementos. Por exemplo, no Lote 2, os incrementos foram extraídos a cada 1'. O intervalo  $j=1$  exibiu um erro de integração absoluto de  $1,509 \times 10^{-2}$  ou uma precisão de  $\pm 0,25$  por cento de teor de cinzas. Para compararmos, vamos checar a precisão do intervalo  $j=8$ , onde os incrementos foram extraídos a cada 8 minutos com uma precisão de  $\pm 1,27$  por cento teor de cinzas para um intervalo de confiança de 95%. Como foi demonstrado, a influência do intervalo de tempo utilizado entre a tomada dos incrementos está associado com a precisão obtida.

A Tabela 5 apresenta os resultados da variância relativa do erro de integração para cada um dos lotes analisados com intervalo  $j=1$ . A ordem de magnitude da variância relativa do EI é de  $10^{-5}$  e  $10^{-6}$  para os dois lotes analisados. O tempo total de manuseio de cada lote variou de 53' (lote 2) a 230' (lote 6), enquanto que o intervalo de tempo para a extração variou de 1'a 6'. O número mínimo de incrementos coletados foi de 38 para os lotes 3 e 6 e um número máximo de 53 incrementos para o lote 2.

Todos os testes utilizaram a coleta sistemática de incrementos, onde os intervalos de tempo entre as extrações foram uniformes. O erro de integração calculado, considerando a posição e a respectiva relação entre os incrementos, mostrou um erro de seleção menor do que o estimado pela estatística clássica, que ignora a interdependência cronológica entre os teores. Sob esta avaliação, a variância do erro de integração do Lote 2 para o intervalo  $j=1$  foi de  $1,5 \times 10^{-2}$  (Tabela 3), enquanto que a variância dos mesmos incrementos (ignorando sua autocorrelação) foi de 3,15 (Tabela 1). Um aumento de duas ordens de magnitude foi observado. Assim, a utilização de metodologias que superestimam o erro conduzem à coleta de amostras de maior peso.

## 5. CONCLUSÃO

Os resultados demonstraram que a variância relativa do erro de integração dos seis carvões brasileiros estudados é similar, mesmo considerando que as extrações foram tomadas a intervalos regulares que variaram de 1'a 6' (intervalo  $j=1$ ). A redução do número de incrementos tomados conduziu a um aumento da variância do erro de integração, quantificada pelas funções de geração de erro.

O erro de integração é significativamente menor (duas ordens de magnitude) que o erro estimado pela estatística clássica (que ignora a dependência no tempo existente entre os valores dos incrementos tomados). Além disto, a existência de variogramas mostrando uma redução na correlação entre os incrementos ou um aumento da variabilidade com o aumento do intervalo de tempo entre os incrementos é de grande importância quando lidamos com parâmetros autocorrelacionáveis. A ignorância deste fato conduz a erros de amostragem superestimados, com todas as conseqüências negativas que isto pode trazer, incluindo o aumento do custo (desnecessário) do controle de qualidade.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Gy, P.M. Sampling for Analytical Purposes. 153 p (John Wiley & Sons Ltd, Chichester, England). 1998.
- Matheron, G. Principles of Geostatistics, Economic Geology, 58:1246-1266, 1963.
- Isaaks E. H. and Srivastava M. Introduction to Applied Geostatistics, 561 p (Oxford University Press, New York), 1989.