

## **ESTUDO DA QUEBRA DE PARTÍCULAS EM LEITOS POLIDISPERSOS**

K. de Souza Aguiar<sup>1</sup>, G.K.P. Barrios<sup>1</sup>, L.M. Tavares<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratório de Tecnologia Mineral, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE/UFRJ, Centro de Tecnologia, Bloco F, Sala 210, CEP 21945-970, Rio de Janeiro, RJ. e-mail: kayro\_11@poli.ufrj.br

### **RESUMO**

O principal objetivo dos novos modelos matemáticos mecanicistas dos processos de redução de tamanho de partículas é descrever com uma grande riqueza de detalhe os microprocessos que ocorrem dentro dos equipamentos de britagem e moagem, permitindo, com isso, a previsão de resultados com maior fidelidade. Com raras exceções, partículas em britadores e moinhos recebem esforços em conjunto, na forma de leitos que, normalmente, contêm partículas de uma ampla faixa de tamanhos, formando leitos polidispersos. O resultado é que a compreensão e a descrição quantitativa da quebra de partículas em leitos ocupam uma posição de grande destaque na modelagem mecanicista da cominuição, embora esse seja um assunto comparativamente pouco estudado. O presente trabalho investiga a repartição da energia disponível em um evento de impacto envolvendo partículas de diferentes intervalos de tamanhos. Isso é realizado por meio de ensaios conduzidos na célula de carga de impacto com partículas de duas faixas estreitas de tamanhos cuidadosamente misturadas. Nos experimentos foram estudados os efeitos da granulometria dos materiais grosso e fino, da energia de impacto e da fração mássica de cada um dos componentes no leito. Concluiu-se que a fração da energia de impacto recebida pelos grossos é proporcional à fração mássica dos mesmos no leito, diminuindo com o aumento da energia de impacto e o tamanho médio das partículas no leito. Evidentemente, esses efeitos deverão ser devidamente incorporados ao modelo mecanicista da moagem, a fim de conferir a ele uma maior capacidade de prever efeitos observados no passado e documentados na literatura, como o de aceleração ou desaceleração das taxas de quebra à medida que a proporção relativa de partículas de diferentes tamanhos varia no interior do moinho.

Palavras-chave: Cominuição, quebra de leitos, modelagem matemática.

## Introdução

O modelo do balanço populacional (MBP) tem sido usado com sucesso na descrição, bem como na previsão de resultados de moagem (Austin et al., 1984; Herbst e Fuerstenau, 1980). A sua formulação mais comum se baseia na consideração que partículas quebram no moinho segundo taxas de quebra de primeira ordem e que essas taxas são constantes para um dado tamanho de partícula, dado um conjunto de condições operacionais e de projeto. Existem diversas situações, entretanto, nas quais as taxas de quebra de partículas não se mantêm constantes no processo de moagem (Austin et al., 1982, Verma e Rajamani, 1995), variando em função do tempo e/ou da distribuição granulométrica do material contido no moinho. Entretanto, a introdução de correções no MBP tradicional a fim de levar em conta esses efeitos normalmente tem levado a formulações excessivamente complexas.

Felizmente, foi recentemente proposto o modelo mecanicista da moagem (Tavares e Carvalho, 2010), o qual permite descrever com grande riqueza de detalhe os micromecanismos que ocorrem no interior de um moinho. Essa abordagem permitiu, por exemplo, prever a não-linearidade na taxa de quebra de partículas grossas em moinhos (Tavares e Carvalho, 2009), reconhecida como uma limitação do modelo do MBP tradicional (Austin et al., 1982). Entretanto, mudanças observadas nas taxas de quebra de partículas de um dado tamanho na presença de partículas de outras classes de tamanhos (Fuerstenau et al., 2011) demandam um entendimento mais aprofundado dos fenômenos de transferência e repartição de energia entre partículas contidas em leitos não-confinados.

Comparativamente poucos estudos têm sido realizados envolvendo a fragmentação de partículas contidas em leitos polidispersos, sendo que quase a totalidade dos mesmos tem sido realizada com leitos sujeitos a carregamento lento e sob confinamento. Por exemplo, Hosten e Cimilli (2009) e Liu e Schönert (1996) investigaram a quebra de partículas contidas em leitos polidispersos, sendo que os últimos chegaram a desenvolver um modelo semi-empírico para o processo. Os autores observaram que os finos tendem a proteger os grossos em um leito confinado, resultando em uma limitada oferta de energia para as partículas grossas. No caso de leitos não-confinados, entretanto, a quantidade e a profundidade dos estudos é ainda menor, resultando em uma importante lacuna a ser preenchida.

O presente trabalho tem o objetivo de, através da realização de experimentos de fragmentação sob condições controladas, compreender em maior detalhe a fragmentação de partículas de diferentes tamanhos em leitos monodispersos não-confinados sujeitos a carregamento por impacto. Através de modelos matemáticos que descrevam esse micromecanismo será possível aprimorar a previsibilidade do modelo matemático mecanicista da moagem, em desenvolvimento na COPPE-UFRJ.

## Metodologia

O procedimento experimental adotado neste trabalho consistiu em utilizar a Célula de Carga de Impacto do Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM) da COPPE-UFRJ (Tavares e Lima, 2006), acoplada ao acessório de impacto plano (Figura 1) na tarefa de impactar partículas contidas em leitos polidispersos não-confinados. Na Tabela 1 e na Figura 2 são resumidas as condições de tamanhos de partículas, proporção de partículas finas, energia de impacto e arranjo do leito, utilizadas nos ensaios de quebra de leitos.

Nos ensaios se utilizaram misturas de partículas grossas e finas de calcário para avaliar o produto completo da quebra dos leitos, bem como misturas de partículas grossas de calcário e partículas finas de sal de cozinha, de maneira a permitir a dissolução das partículas finas contidas originalmente no leito a fim de analisar a quebra das partículas grossas de calcário. A preparação dos leitos para os ensaios consistiu em montar uma monocamada formada pelas partículas grossas, introduzindo somente após isso as partículas finas, que tipicamente formaram múltiplas camadas.

As análises granulométricas dos produtos da quebra dos leitos foram realizadas utilizando o peneirador vibratório Gilson Performer III<sup>®</sup> junto com peneiras de pequeno diâmetro (Granutest<sup>®</sup>), a fim de minimizar as perdas no ensaio.

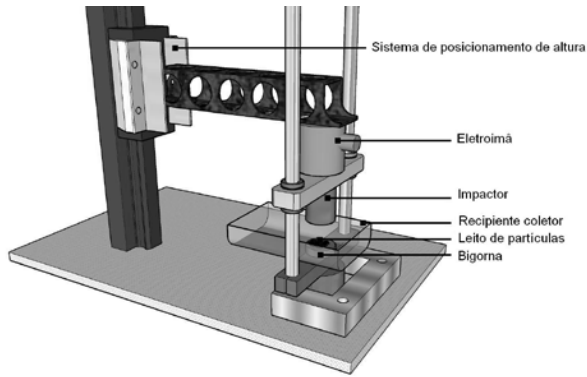


Figura 8. Célula de Carga de Impacto acoplada com o acessório de impacto plano.

Tabela 1. Condições utilizadas nos ensaios de impacto em leitos polidispersos.

Material	Grosso	Fino
	Calcário	Sal e calcário
	Grosso	Fino
Tamanho de partícula (mm)	5,60x4,75	0,350x0,300
	5,60x4,75	1,40x1,18
	2,80x2,36	0,350x0,300
Proporção de material grosso no leito	20%; 40% e 100%	
Energia específica de impacto (kWh/t)	0,12; 0,18 e 0,50	

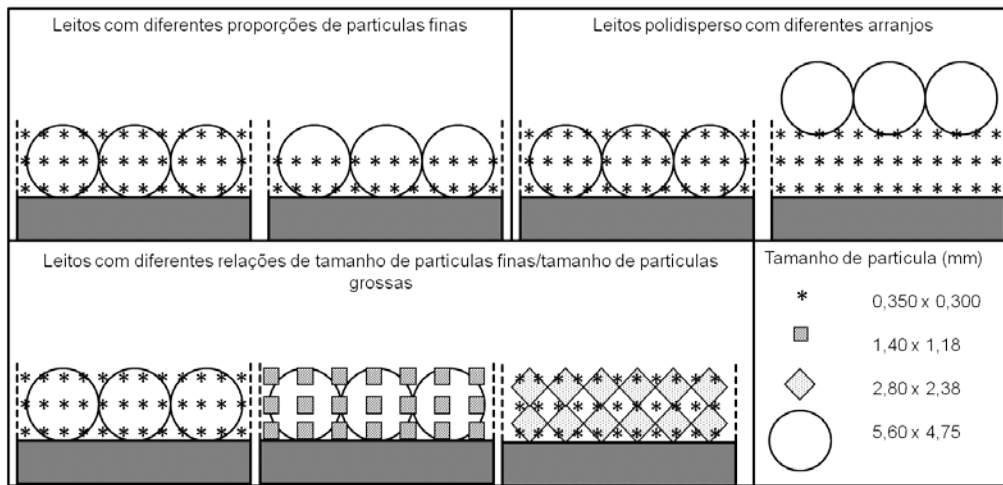


Figura 9. Esquema das diferentes condições testadas nos ensaios de quebra de leitos polidispersos.

## Resultados e discussão

Inicialmente, foi investigada a influência da posição relativa das partículas no leito durante o impacto. A Figura 3 mostra a significância da influência da energia de impacto, mas a relativa independência dos resultados dos ensaios do efeito da posição relativa das partículas finas ou grossas. Isso significa que a quebra das partículas grossas ocorre apenas após elas tenham sido devidamente capturadas entre o impactor e a bigorna da célula de carga de impacto e que uma quantidade relativamente pequena de energia de impacto é dissipada no processo de empurrar as partículas grossas do topo do leito até a superfície da bigorna.

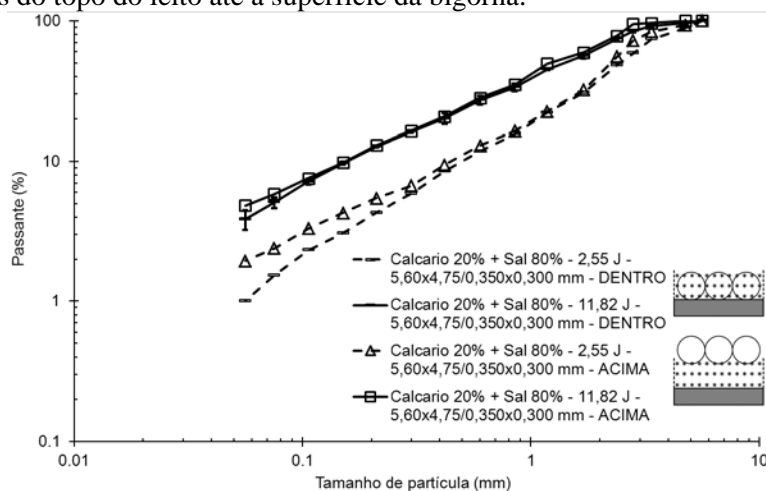


Figura 3. Quebra de partículas de calcário de 5,60x4,75 mm na presença de finos de 0,350x0,300 mm em leitos com diferentes arranjos e energias de impacto, na proporção de 20% de partículas grossas e 80% de finas.

Em seguida foi investigada a influência do aumento da proporção de finos em um leito, mantendo-se constante a energia específica de impacto do ensaio. A Figura 4 mostra as distribuições granulométricas da fração grossa (calcário) resultantes do impacto de leitos contendo diferentes tamanhos de partículas. Essas distribuições foram obtidas após a dissolução das partículas com granulometria originalmente fina no ensaio, ou seja, o sal. Nas figuras é evidente que a introdução de partículas finas no leito resulta em uma diminuição da intensidade da fragmentação dos grossos. A diminuição da intensidade da fragmentação é ainda mais significativa quando a fração grossa corresponde à faixa de 2,80x2,36 mm. Esse efeito do amortecimento oferecido pelas partículas finas se torna ainda mais importante à medida que aumenta a proporção de partículas finas no leito. De fato, a diminuição da intensidade da quebra de partículas grossas na presença de finos tem sido observada por diversos autores de forma indireta na moagem (Verma e Rajamani, 1995) e o presente trabalho mostra uma evidência direta desse fenômeno.

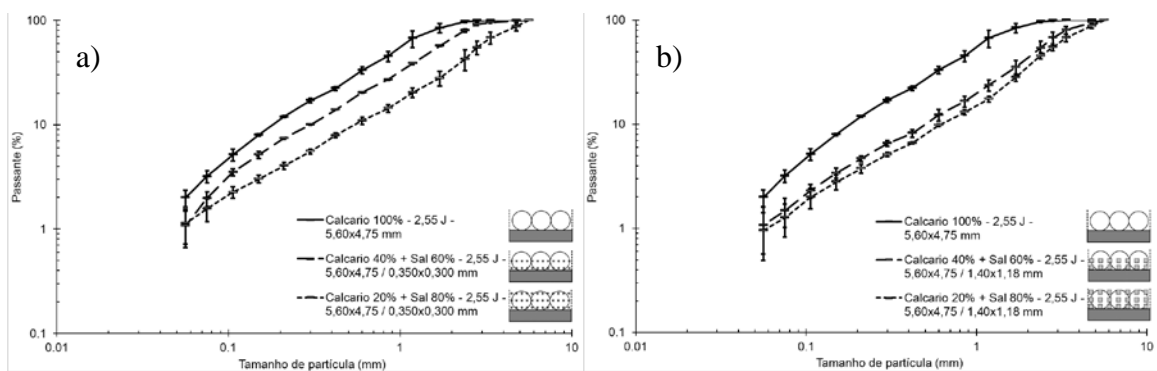


Figura 4. Fragmentação de partículas de calcário de 5,60x4,75 mm com energia de impacto de 2,55 J em presença de diferentes proporções de finos de sal com granulometria de: a) 0,350x0,300 mm e b) 1,40x1,18 mm.

A fim de analisar quantitativamente os resultados e reconhecendo que as curvas de distribuição granulométrica mantêm um razoável paralelismo entre si, decidiu-se avaliar um ponto específico das curvas, o qual indica a intensidade da fragmentação do calcário. O ponto escolhido foi correspondente à proporção de material passante em um décimo do tamanho médio inicial das partículas contidas na faixa grossa, ou  $t_{10}$  (Napier-Munn et al., 1996). Tomando-se inicialmente os resultados obtidos com os leitos formados exclusivamente pela faixa de tamanhos mais grossa em cada um dos ensaios, foi possível modelar a relação entre a energia específica de impacto aplicada ( $E_{cs}$ ) e a intensidade da fragmentação das partículas grossas contidas no leito ( $t_{10}$ ). Esse resultado é mostrado na Figura 5 para ambas as classes de tamanhos estudadas (5,6x4,75 mm e 2,80x2,36 mm). Esses dados foram, separadamente, usados no ajuste dos parâmetros da equação (Napier-Munn et al., 1996)  $t_{10} = A(1 - e^{-bE_{cs}})$ , sendo  $A$  e  $b$  parâmetros de quebra (determinados separadamente para as faixas 5,6x4,75 mm e 2,80x2,36 mm) das partículas grossas em leitos sem adição de partículas finas, e  $E_{cs}$  a energia específica de impacto aplicada no leito em kWh/t.

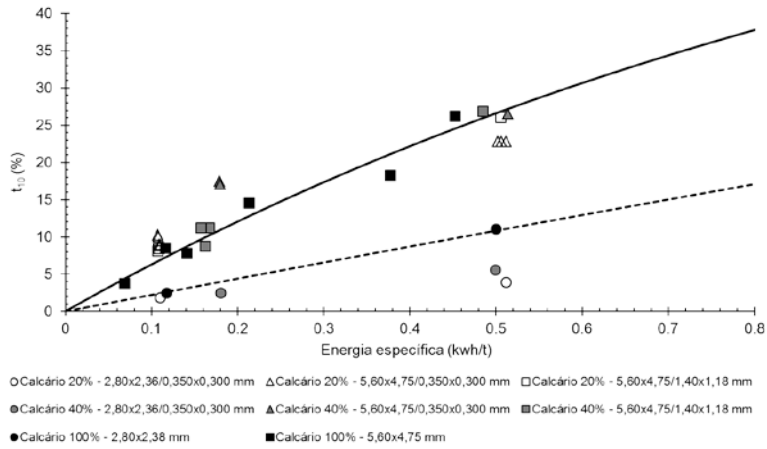


Figura 5. Relação entre parâmetro  $t_{10}$  e energia específica aplicada no leito  $E_{CS}$ .

A partir da curva ajustada e dos valores de  $t_{10}$  das partículas grossas obtidos em cada um dos ensaios envolvendo misturas de partículas finas e grossas, tornou-se possível inferir a energia específica de impacto necessária para causar a fragmentação das partículas grossas. Isso permitiu estimar, para cada um dos ensaios realizados, a proporção da energia aplicada que foi efetivamente utilizada pelos grossos em sua fragmentação. Isso é ilustrado na Figura 6, a qual mostra que há alguma relação entre a proporção mássica de partículas grossas no leito com a fração da energia que é absorvida pelas mesmas. No caso de leitos nos quais as partículas grossas estão contidas na faixa de 5,6x4,75 mm e as finas na faixa de 0,3530x0,300 mm, as partículas grossas absorvem mais do que a sua proporção mássica no leito. Isso sugere que a presença de finos favorece a quebra das partículas mais grossas. Entretanto, um efeito oposto é observado quando os grossos são compostos por partículas contidas na faixa de 2,80x2,36 mm.

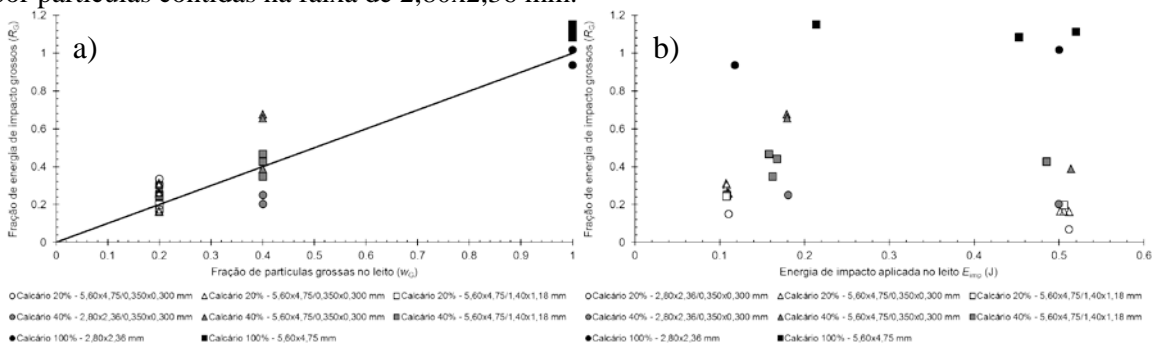


Figura 6. Fração de energia de impacto que recebem os grossos  $R_G$  em função de: a) fração mássica de grossos no leito  $w_G$ , e b) Energia de impacto  $E_{imp}$  aplicada no leito.

Tendo em vista a influência observada da composição do leito e da energia de impacto aplicada na proporção da energia absorvida pelas partículas grossas em um leito, foi proposto um modelo no qual a proporção de energia absorvida pelas partículas grossas do leito depende do tamanho médio das partículas iniciais, o qual é estimado por

$$X_{50} = w_G X_{max} + (1 - w_G) X_{min} \quad (1)$$

sendo  $X_{min}$  e  $X_{max}$  os tamanhos representativos das partículas contidas nas faixas mais finas e grossas de tamanhos que compõem o leito e  $w_G$  a proporção de grossos.

O modelo empírico preliminar capaz de descrever a repartição de energia é dado por

$$R_G = 1, \text{ para } w_G = 1$$

$$R_G = f_k \left( \frac{E_{imp}}{X_{50}^\varphi} \right)^\mu, \text{ para } w_G < 1 \quad (2)$$

sendo  $f_k$ ,  $\varphi$ , e  $\mu$  os parâmetros do modelo, determinados a partir do ajuste a dados experimentais, sendo  $E_{imp}$  dado em J e  $X_{50}$  dado em mm. A Figura 6 compara os dados experimentais aos valores ajustados usando a Equação (2), com os parâmetros ótimos  $f_k = 0,30$ ,  $\varphi = 2,8$  e  $\mu = 0,27$ , demonstrando uma boa correspondência entre ambos. Evidentemente, esse é apenas um modelo preliminar, o qual deverá ser refinado a partir da comparação com resultados mais detalhados.

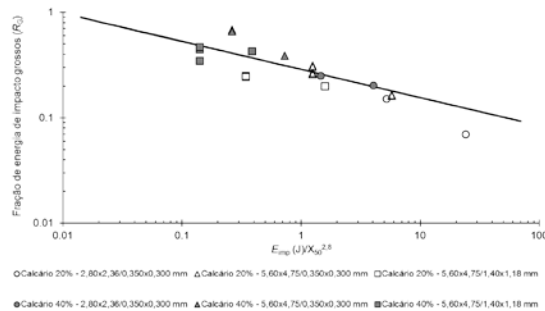


Figura 6. Fração de energia de impacto que recebem os grossos ( $R_G$ ) em função da energia de impacto  $E_{imp}$  e o parâmetro  $X_{50}$ .

Por fim, a Figura 7.a mostra a distribuição granulométrica completa (grosso + fino), a distribuição granulométrica do grosso e a distribuição granulométrica do fino calculada a partir da subtração da fração completa menos a grossa para cada tamanho. O resultado da quebra das partículas finas geradas a partir do impacto de leitos polidispersos se observa na Figura 7.b.

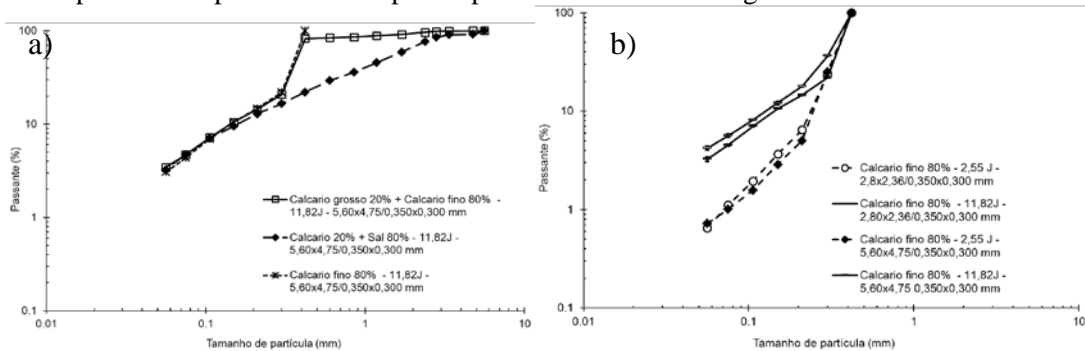


Figura 7. a) Distribuições granulométricas (completa, dos grossos e dos finos) do produto da quebra de um leito polidisperso. b) Distribuições granulométricas das partículas finas para diferentes condições de quebra de leitos polidispersos.

Na Figura 7.b se observa que a quebra dos finos foi mais intensa na presença de partículas grossas de 2,80x2,36 mm para diferentes energias de impacto. Esse resultado é consistente com aqueles apresentados na Figura 6, uma vez que a quebra de leitos contendo partículas dessas duas faixas de tamanhos resultou em fragmentação menos intensa das partículas na faixa de 2,80x2,36 mm e fragmentação mais intensa na faixa de 0,350x0,300 mm em comparação com os leitos compostos por partículas de 5,60x4,75 mm e 0,350x0,300 mm.

## Conclusões

A posição relativa inicial das partículas no leito não se mostrou significativa nos resultados dos ensaios de impacto em leitos contendo partículas finas e grossas.

A energia de impacto aplicada em um leito polidisperso tem uma tendência a ser distribuída proporcionalmente às frações mássicas dos diferentes tamanhos que o compõem, considerando um desvio devido à energia de impacto aplicada e ao tamanho das partículas grossas. Em geral, observa-se que os grossos recebem uma fração maior da energia que a sua fração mássica no leito, que é consistente com as observações na literatura da aceleração das taxas de quebra dos grossos na presença de finos. Em alguns casos, entretanto, observa-se o contrário, com os grossos recebendo uma proporção de energia inferior à sua fração mássica no leito. Nesse caso, observou-se uma fragmentação mais intensa das partículas contidas na fração fina do leito. Esses últimos resultados são coerentes com outros estudos da literatura que mostram efeitos de desaceleração da quebra dos grossos em presença de finos.

Um modelo empírico preliminar foi proposto, que mostra que a proporção da energia de impacto utilizada na quebra das partículas grossas diminui com o aumento da energia de impacto e com diminuição do tamanho médio das partículas contidas no leito.

Uma vez devidamente refinado e validado, esse modelo poderá ser incorporado ao modelo mecanicista da cominuição, onde permitirá prever com ainda maior fidelidade resultados de moagem.

## Referencias

- Austin, L.G., Klimpel, R.R. & Luckie, P.T, Process engineering in size reduction: ball milling, SME Publications, Littleton, CO, 1984.
- Austin, L.G., Shoji, K., Bell, D., Rate equations for non-linear breakage in mills due to material effects, Powder Technol. 31, 127-133, 1982.
- Fuerstenau, D.W., Phatak, P.B., Kapur, P.C., Abouzeid, A.-Z.M., Simulation of the grinding of coarse/fine (heterogeneous) systems in a ball mill, Int. J. Miner. Process., 99, 32-38, 2011.
- Herbst, J.A. & Fuerstenau, D.W., Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models, Int. J. Miner. Process., 7, 1-31, 1980.
- Hosten, C., Cimilli, H., The effects of feed size distribution on confined-bed comminution of quartz and calcite in piston-die press, Int. J. Miner. Process., 91, 81-87, 2009.
- Liu, J., Schönert, K., Modelling of interparticle breakage, Int. J. Miner. Process., 44-45, 101-115, 1996.
- Napier-Munn, T.J., Morrel, S., Morrison, R.D., Kojovic, T., Mineral Comminution circuits: Their operation and optimisation, JKMRRC Monograph Series, University of Queensland, Brisbane, Austrália, 1996.
- Tavares, L.M., Carvalho, R.M., Modeling breakage rates of coarse particles in ball mills, Miner. Eng., 22, 650-659, 2009.
- Tavares, L.M., Carvalho, R.M., A mechanistic model of batch grinding in ball mills, Anais, XXV Int. Min. Proces. Congr., Brisbane, vol. 1, pp. 1287-1297.
- Tavares, L.M., Lima, A.S., Célula de carga de impacto na caracterização de materiais para a cominuição. Parte 1: calibração, Revista da Escola de Minas, 59, pp. 61-69, 2006.
- Verma, R., Rajamani, R.K., Environment-dependent breakage rates in ball milling, Powder Technol., 84, 127-137, 1995.