

ALGORITMO ITERATIVO PARA CÁLCULO DA CARGA CIRCULANTE DE CIRCUITOS FECHADOS

SILVA, A.C.¹, SILVA, E.M.S.², REZENDE, R.A.³

¹Universidade Federal de Goiás. andrecarlos@catalao.ufg.br

²Universidade Federal de Goiás. elenice@catalao.ufg.br

³Universidade Federal de Goiás. ricardo_07_9@hotmail.com

RESUMO

Um problema para a resolução de balanços de massa em usinas de processamento mineral é o cálculo da carga circulante em circuitos fechados. Uma família de métodos possíveis de aplicação para a resolução deste cálculo são os métodos iterativos. O presente trabalho apresenta um algoritmo iterativo de baixa complexidade para o cálculo de carga circulante em circuitos fechados, possibilitando assim a construção de balanços de massa, metalúrgico e de água confiáveis. A validação do algoritmo proposto foi realizada com o auxílio do software BILCO da Caspeo e com dados industriais reais para dois diferentes tipos de circuitos fechados. Os resultados obtidos foram satisfatórios no que tange ao resultado obtido, à velocidade de processamento, à convergência da solução e número de iterações necessárias para o cálculo da carga circulante.

PALAVRAS-CHAVE: balanço de massa; carga circulante; circuitos fechados.

ABSTRACT

A problem in mass balance resolution in mineral processing plants is the circulation load in closed-circuits. A family of methods which can be used to solve the circulating load is the iterative methods. This paper shows a low complexity algorithm to calculate the circulation load in closed circuits which allows the construction of mass, metallurgic and water reliable balances. The proposed algorithm was validated against results from Caspeo BILCO software and real industrial data for two different closed-circuits types. The obtained results were satisfactory with respect to the calculated result, processing speed, solution convergence and number of iterations needed to evaluate the circulation load.

KEYWORDS: mass balance; circulating load; closed-circuits.

1. INTRODUÇÃO

Os balanços de massa em circuitos de processamento mineral são fundamentados na equação da conservação de massa, dada por:

$$A = C + R \quad (1)$$

Onde A é a vazão (mássica ou volumétrica) de alimentação entrando no sistema, C é a vazão (mássica ou volumétrica) de concentrado saindo do sistema e R é a vazão (mássica ou volumétrica) de rejeito saindo do sistema. A equação 1 assume condições teóricas de operação em fluxo contínuo, cuja suposição fundamental é que a massa que entra no sistema é igual à massa que sai do sistema (lei da conservação das massas de Lavoisier). Dados obtidos em ensaios de caracterização tecnológica ou através de campanhas de amostragem em usinas de processamento mineral devem ser coerentes e confiáveis, sendo comum a reconciliação dos dados experimentais utilizando softwares de simulação. Para tal, realiza-se o balanço de massa do circuito estudado, para que se possa confirmar a qualidade dos dados. Logo, a utilização de simuladores computacionais tem como objetivo ampliar o conhecimento sobre o funcionamento de processos industriais bem como a utilização como ferramenta para fins de estudos de otimização do processo.

Pode-se definir carga circulante de um processo como sendo o fluxo (mássico ou volumétrico) de um dado material que retorna a uma operação unitária após ser reprovado em algum critério de seleção. Tal reprovação pode ser em decorrência da imperfeição do sistema de seleção ou pelo material estar fora da especificação aceita pela etapa subsequente do processo. Assim, enquanto o material não se adequar às especificações das etapas subsequentes o mesmo será reencaminhado para esta operação unitária. Em usinas de processamento mineral é prática comum moinhos operarem com carga circulante da ordem de 400%, ou seja, a vazão de material retornando ao moinho é aproximadamente quatro vezes a vazão de material novo alimentado no mesmo.

O cálculo correto da carga circulante em um balanço de massas é imprescindível para o entendimento do circuito que se deseja estudar, para a construção de simulações confiáveis do circuito e para o controle operacional do mesmo. Chen *et al.* (2008) trabalhando com modelos preditivos de controle aplicados a moinhos de bolas afirmaram que o controle estável do processo de cominuição é de grande importância para melhorias na eficiência de operação dos equipamentos, para a recuperação dos minerais valiosos e para reduções significativas nos custos de produção em plantas de concentração. Já Lestage *et al.* (2002) apresentaram um sistema supervisorio para otimização em tempo real de circuitos de moagem onde a carga circulante era um dos parâmetros de configuração mais importantes do sistema, sendo o seu valor dependente de parâmetros operacionais tais como: vazão de alimentação, densidade da polpa e distribuição granulométrica do produto.

White *et al.* (1977) estudaram algoritmos usados para a reconciliação dos dados obtidos em medições em campo com os resultados de balanço de massa. Segundo os autores um algoritmo simples de minimização de erros pelo método dos mínimos quadrados já seria suficiente para ajustar os dados reais aos teóricos. Dados de circuitos de moagem precisaram ser reconciliados devido à incapacidade de se calcular a carga circulante destes circuitos com boa precisão.

A análise de circuitos complexos e com redundância de dados no processamento mineral requer historicamente o uso de uma grande campanha de amostragem e o uso de cálculo matricial para cada componente mineral presente nos fluxos considerados. Wills (1986) demonstrou como circuitos complexos podem ser resolvidos pela transformação do fluxograma produtivo em um grafo, onde cada nó representa uma operação unitária.

O presente trabalho vem propor um algoritmo de baixa complexidade e alta velocidade de convergência para o cálculo da carga circulante em circuitos fechados. Os resultados obtidos indicam que o algoritmo proposto pode ser utilizado de maneira satisfatória para o cálculo da carga circulante em qualquer circuito fechado em operações unitárias do processamento mineral, independente da complexidade do mesmo, com baixa demanda computacional e alta velocidade na convergência do resultado.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1. Formulação geral do algoritmo

Inicialmente foram realizadas análises de diversos circuitos existentes no processamento mineral, observando-se o comportamento dos fluxos minerais mediante as variações de parâmetros operacionais, tais como teores, partições e recuperação metalúrgica. A partir destas variações estabeleceu-se uma correlação entre todos os tipos de circuitos, independentemente do nível de complexidade dos mesmos. Yingling (1990) apresentou em seu trabalho a ideia do uso de cadeias Markovianas para modelar o fluxo de material em operações mineiras. A partir desta concepção foi-se pensada a adoção de um método iterativo para o cálculo da carga circulante. A cada iteração a carga circulante (CC) é calculada a partir da equação abaixo:

$$CC = \sum_{i=1}^n (p_i \cdot f_i) \quad (2)$$

Onde f_i é o fluxo (mássico ou volumétrico) de alimentação da i -ésima operação unitária que contribui diretamente com a carga circulante do circuito e p_i é a partição do fluxo de alimentação da mesma operação unitária, calculada de acordo com a operação unitária e os parâmetros operacionais da mesma. Assim sendo, o produto $p_i \cdot f_i$ nada mais é que o fluxo de saída da i -ésima operação unitária que contribui diretamente para a carga circulante.

O cálculo da carga circulante apresentado na equação 2 difere-se do proposto por Tsakalakis (2000) por agrupar as eficiências das operações unitárias em um parâmetro único (p_i). Os resultados obtidos pelo autor com o uso de monográficos podem ser obtidos de forma exata pela aplicação da equação 1, dispensando-se assim a necessidade do traçado deste gráfico. Para a proposição do algoritmo iterativo proposto foi considerada a hipótese de linearidade proposta por Meloy (1983) que assume que, em um processo de separação não existirão interações do tipo partícula-partícula que venham a afetar a probabilidade de uma partícula ser selecionada para um determinado fluxo de saída do processo. Em outras palavras, esta hipótese indica que, se o fluxo de alimentação de uma dada operação unitária for dobrado ou triplicado, a fração de partículas que possui uma dada característica de seleção continuará a mesma em cada fluxo de saída da operação unitária. Entretanto esta hipótese não é real, uma vez que um aumento no fluxo de alimentação afetará o comportamento da operação propriamente dita, seja ela de separação ou classificação. A adoção da hipótese de linearidade proposta por Meloy (1983) simplifica o algoritmo proposto, uma vez que partição do fluxo de alimentação das operações unitárias varia linearmente com o fluxo de alimentação da operação. Contudo, pode-se adotar qualquer modelo que permita o cálculo da partição do fluxo de alimentação das operações unitárias sem nenhum tipo de alteração no algoritmo proposto. Jankovic e Valery (2013) correlacionaram a eficiência de moagem e de classificação com a carga circulante em operações de moagem em circuito fechado. Os mesmos autores mostraram ainda que a eficiência de classificação de hidrociclones não varia linearmente com a carga circulante neste tipo de circuito.

O cálculo do erro será dado pela diferença entre a carga circulante calculada na iteração de ordem k e a carga circulante calculada na iteração de iteração $(k - 1)$. Para a primeira iteração o erro será dado apenas pela carga circulante calculada na primeira iteração. A cada iteração os fluxos de entrada em cada operação unitária devem ser calculados, uma vez que os mesmos dependem da alimentação do circuito e da partição de fluxo.

A figura 1 apresenta o algoritmo iterativo proposto para o cálculo da carga circulante em circuitos fechados. Nota-se que as iterações se repetem enquanto um limite de tolerância pré-estabelecido não for atingido. Isto se deve ao fato da solução obtida pelo método não ser exata, e sim uma aproximação da solução real. A convergência do método é assegurada pelo cálculo do erro, que pode ser tanto positivo quanto negativo. A hipótese de linearidade de Meloy (1983) aplica-se aqui, uma vez que a cada iteração do algoritmo a alimentação do circuito varia, mantendo-se constante a partição das operações unitárias envolvidas. Destaca-se que o fluxo de água em um dado circuito pode ser calculado utilizando o algoritmo proposto, sem nenhuma modificação adicional. Desta forma, o fluxo de alimentação (f_i) a ser utilizado no algoritmo pode ser um fluxo de sólidos, de polpa ou de água.

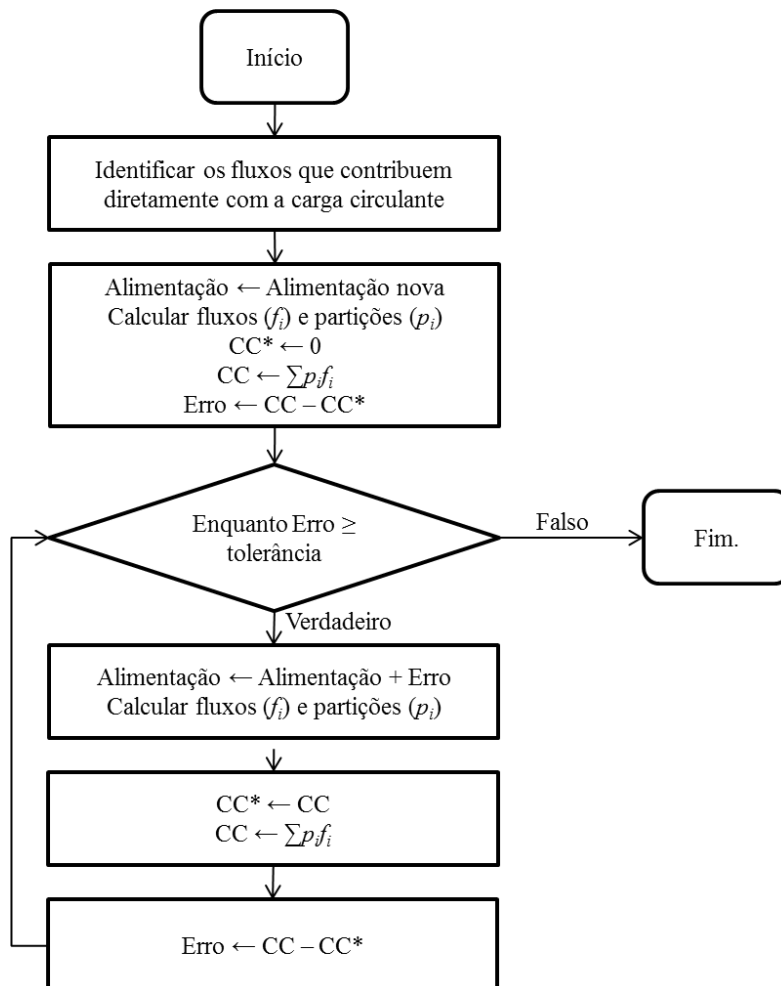


Figura 1. Algoritmo iterativo proposto para o cálculo da carga circulante em circuitos fechados.

2.2. Aplicação do método proposto para circuitos de moagem

Para análise e validação do algoritmo iterativo proposto foram idealizados quatro circuitos com níveis de complexidade diferentes. Todos os circuitos analisados foram construídos inspirados em

processos industriais reais presentes em empresas de mineração da cidade de Catalão/GO, de modo a ser possível a comparação dos resultados obtidos pelo método com os industriais fornecidos pelas empresas.

O primeiro circuito analisado trata-se do circuito fechado de moagem secundária (moinho de bolas) da empresa Anglo Fosfato, unidade Catalão/GO (vide figura 2). Este circuito é utilizado industrialmente para a separação da magnetita presente no minério fosfático, onde um separador magnético de baixo campo recebe parte do fluxo do *underflow* do hidrociclone. A partição do fluxo é feita fisicamente por válvulas instaladas na tubulação. A adição do separador magnético no circuito muda o cálculo da carga circulante, pois foi gerado outro fluxo de saída do sistema e duas outras partições do mesmo. O cálculo da carga circulante neste caso levará em conta a partição do hidrociclone, a partição inserida na tubulação e a partição do separador magnético.

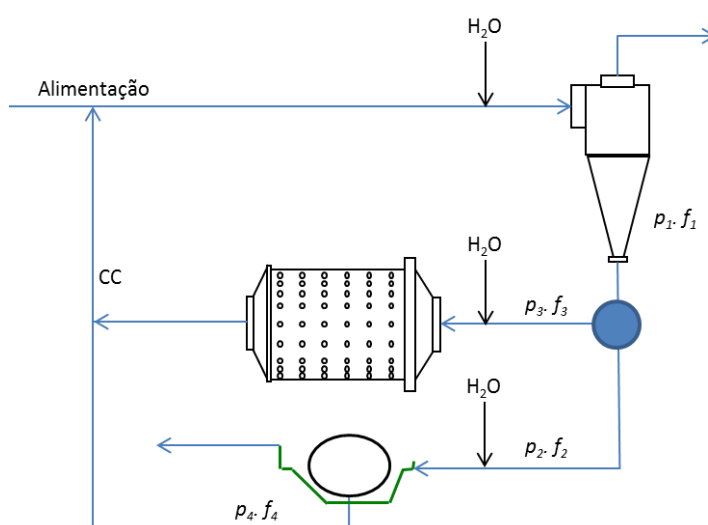


Figura 2. Circuito fechado de moagem e separação magnética de baixo campo.

2.3. Aplicação do método proposto para circuitos de flotação

O segundo circuito, apresentado na figura 3, representa a circuito de flotação de apatita adotado pela empresa Vale Fertilizantes, unidade Catalão/GO. Trata-se de uma bateria de flotação composta por duas células *rougher*, duas células *scavenger* e uma coluna de flotação operando como *cleaner*. Nesse tipo de circuito a partição do fluxo (p) poder ser estimada pela recuperação metalúrgica e pelos teores dos minerais presentes nos fluxos. Assim, para o caso deste tipo de circuito a carga circulante pode ser calculada por através da j -ésima espécie mineral por:

$$p_{ij} = \text{tinput}_{ij} \cdot r_{ij} / \text{toutput}_{ij} \quad (3)$$

$$CC = \sum_{i=1}^n (p_{ij} \cdot f_{ij}) \quad (4)$$

Onde f_{ij} é o fluxo (mássico ou volumétrico) de alimentação da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária que contribui diretamente com a carga circulante do circuito, r_{ij} é a recuperação metalúrgica da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária, tinput_{ij} é o teor de alimentação da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária e toutput_{ij} é o teor de saída no fluxo considerado da j -ésima espécie mineral na i -ésima operação unitária.

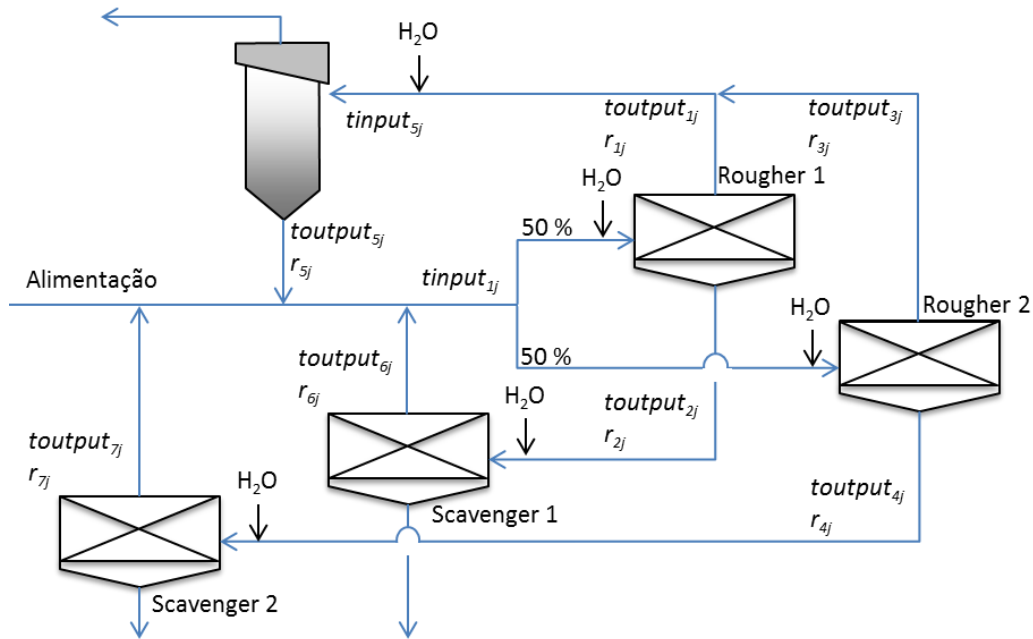


Figura 3. Circuito com quatro células de flotação e uma coluna com as variáveis necessárias para o cálculo da carga circulante a partir da j -ésima espécie mineral.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela I apresenta os resultados do método iterativo proposto aplicado ao circuito de moagem descrito na figura 2. Foi adotado um parâmetro de partição do hidrociclone (p_1) igual a 76,29% e um parâmetro de partição para o separador magnético de baixo campo descrito (p_2) igual a 15%. Dada uma alimentação nova de 303,74 t/h a carga circulante foi de 947,14 t/h, sendo necessárias 118 iterações (2,72 s em um notebook Samsung RV411 com processador Intel i3 2,53 GHz, 3,0 GB de RAM e sistema operacional Windows 7) para o cálculo exato da mesma.

Tabela I. Resultados do método iterativo aplicado ao circuito de moagem.

Alimentação nova (t/h)	p_1 (%)	p_2 (%)	Carga circulante		Número de iterações	Tempo gasto (s)	Erro
			(t/h)	(%)			
303,74	76,29	76,29	947,14	311,82	118	2,72	0,0E+00

A tabela II apresenta os dados (recuperação e teor) necessários para o cálculo da carga circulante da bateria de flotação mostrada na figura 3. Os resultados encontrados são apresentados na tabela III, bem como uma comparação com os resultados encontrados para o balanço de massas realizado no software BILCO™ da empresa Caspeo, versão 3.0, que utiliza a metodologia de Lagrange para o fechamento de balanços de massas. Foi admitido um erro de $\pm 5\%$ para o fechamento do balanço de massa pelo BILCO. Para uma alimentação nova de 287,17 t/h a carga circulante encontrado foi de 97,838 t/h pelo método iterativo e 97,833 t/h pelo BILCO. Foram necessárias 24 iterações (0,45 s) para o cálculo exato da mesma pelo método proposto.

Tabela II. Dados de entrada para cálculo da carga circulante do circuito de flotação.

Recuperação metalúrgica		Teores	
<i>Rougher 1</i>	75,79%	Alimentação dos roughers	8,257%
<i>Rougher 2</i>	72,05%	Concentrado do rougher 1	18,000%
<i>Scavenger 1</i>	27,91%	Concentrado do rougher 2	18,260%
<i>Scavenger 2</i>	29,77%	Alimentação do scavenger 1	24,213%
<i>Cleaner</i>	77,07%	Alimentação do scavenger 2	27,946%

Tabela III. Resultados do método iterativo aplicado ao circuito de flotação.

	Método iterativo	BILCO	Diferença
Alimentação	287,175720 t/h	287,17572	0
Carga circulante	97,837758 t/h	97,833147	4,611E-03
	34,068%	34,06%	0,008
Número de iterações	24	–	–
Tempo gasto	0,45 s	–	–
Alimentação do rougher 1	192,506739 t/h	192,504435 t/h	2,304E-03
Concentrado do rougher 1	62,722467t/h	62,719372 t/h	3,095E-03
Rejeito do rougher 1	129,792810 t/h	129,785063 t/h	7,747E-03
Alimentação do rougher 2	192,506739 t/h	192,504435 t/h	2,304E-03
Concentrado do rougher 2	66,925493 t/h	66,921965 t/h	3,528E-03
Rejeito do rougher 2	125,569093 t/h	125,582470 t/h	-1,33E-02
Concentrado do scavenger 1	14,679437 t/h	14,679263 t/h	1,74E-04
Rejeito do scavenger 1	115,112238 t/h	115,105800 t/h	6,438E-03
Concentrado do scavenger 2	13,262072 t/h	13,260988 t/h	1,084E-03
Rejeito do scavenger 2	112,326512 t/h	112,321483 t/h	5,029E-03
Alimentação do cleaner	129,647861 t/h	129,641337	6,524E-03
Concentrado do cleaner	59,751602 t/h	59,748441	3,161E-03
Rejeito do cleaner	69,896259 t/h	69,892896	3,363E-03

A diferença entre o cálculo da carga circulante pelo método iterativo proposto e pelo método Lagrangeano utilizado pelo BILCO deve-se ao fato do BILCO procurar por uma solução dentro de um limite de tolerância preestabelecido (no caso adotado como 5%). Assim, caso a solução encontrada se encontre neste limite de tolerância esta é adotada como solução do método Lagrangeano, que é basicamente um método de minimização de erros, semelhante ao método dos mínimos quadrados.

Nota-se que o número de iterações necessárias para calcular a carga circulante variou em cada um dos circuitos testados. Isto se deve ao fato de que o método itera o valor da alimentação enquanto o erro convergir a zero. Assim sendo, quanto menor for a carga circulante, mais próxima a solução estará do valor inicialmente adotado para a mesma e, assim sendo, menos iterações deverão ser feitas. Em uma sequência numérica deste tipo a primeira aproximação da solução é denominada semente. O método proposto é análogo ao método da bisseção para a determinação das raízes reais de equações algébricas. Neste método o número de iterações dependerá da amplitude entre os dois pontos extremos do intervalo considerado. No caso do método proposto o número de iterações depende da amplitude entre a semente e a solução.

4. CONCLUSÕES

O método iterativo proposto mostrou-se válido e aceitável com relação ao tempo de execução para circuitos de diferentes complexidades. Percebe-se que o método iterativo converge mais rapidamente para a solução exata nos circuitos de flotação do que nos outros circuitos apresentados. Tal fato pode ser comprovado ao se analisar os tempos de execução e o número de iterações gastas em cada circuito, sendo a causa de tal comportamento devida ao fato de que as soluções iniciais (semente do método) nos circuitos de flotação se encontrarem mais próximas das soluções exatas. Para todos os circuitos estudados os resultados encontrados foram comparados com o software

BILCO™ da empresa Caspeo, versão 3.0, obtendo-se resultados semelhantes entre software e o algoritmo proposto. O presente trabalho prova que o cálculo da carga circulante pode ser entendido como uma função matemática onde deseja-se minimizar o erro e, assim sendo, as técnicas de minimização de erros e otimização matemática podem ser utilizadas com sucesso, conforme demonstrado.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio financeiro, imprescindível para o desenvolvimento do presente trabalho, das agências brasileiras de fomento à pesquisa CNPq, CAPES, FAPEG e FUNAPE e à Universidade Federal de Goiás, pelo apoio dado ao mesmo.

6. REFERÊNCIAS

CHEN, X., LI, Q., FEI, S. Constrained model predictive control in ball mill grinding process. *Powder Technology*, v. 186, n. 1, p. 31-39, 2008.

FURUYA, M., NAKAJIMA, Y., TANAKA, T. Theoretical Analysis of Closed-Circuit Grinding System Based on Comminution Kinetics. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, v. 10, n. 4, p. 449-456, 1971.

JANKOVIC, A., VALERY, W. Closed circuit ball mill – Basics revisited. *Minerals Engineering*, v. 43-44, pa. 148-153, 2013.

LESTAGE, R., POMERLEAU, A., HODOUIN, D. Constrained real-time optimization of a grinding circuit using steady-state linear programming supervisory control. *Powder Technology*, v. 124, n. 3, p. 254-263, 2002.

MELOY, T. P. Analysis and optimization of mineral processing and coal-cleaning circuits – circuit analysis. *International Journal of Mineral Processing*, v. 10, n. 1, p. 61-80, 1983.

TSAKALAKIS, K. Use of a simplified method to calculate closed crushing circuits. *Minerals Engineering*, v. 13, n. 12, p. 1289-1299, 2000.

WHITE, J. W., WINSLOW, R. L. ROSSITER, G. J. A useful technique for metallurgical mass balances – applications in grinding. *International Journal of Mineral Processing*, v. 4, n. 1, p. 39-49, 1977.

WILLS, B. A. Complex circuit mass balancing – A simple, practical, sensitivity analysis method. *International Journal of Mineral Processing*, v. 16, n. 3-4, p. 245-262, 1986.

YINGLING, J. C. Circuit analysis: optimizing mineral processing flowsheet layouts and steady state control specifications. *International Journal of Mineral Processing*, v. 29, n. 3-4, p. 149-174, 1990.